

上海科技大学 2025 年攻读硕士学位研究生

招生考试试题

科目代码：882

科目名称：信号与系统

考生须知：

1. 本试卷满分为 150 分，全部考试时间总计 180 分钟。
 2. 所有答案必须写在答题纸上，写在试题纸上或草稿纸上一律无效。
-

1. (20 分)

(1) 写出离散时间单位脉冲信号 $\delta[n]$ 和单位阶跃信号 $u[n]$ 的定义式，并分别画出其图形。(10 分)

(2) 对于一个离散时间线性时不变系统，请判断下列两个命题的正误。正确的打“√”，错误的打“×”。

(i) 若该系统是无记忆系统，其单位脉冲响应 $h[n]$ 应满足：当 $n \neq 0$ 时， $h[n] = 0$ 。(5 分)

(ii) 若该系统是因果系统，其单位脉冲响应 $h[n]$ 应满足：当 $n > 0$ 时， $h[n] = 0$ 。(5 分)

2. (20 分)

已知离散时间序列 $x[n]$, $h[n]$, $h_1[n]$ 和 $h_2[n]$ ，请证明下列两个离散时间卷积运算的性质。(注：运算符号 $*$ 表示卷积)

(1) 交换律性质： $x[n] * h[n] = h[n] * x[n]$ 。(10 分)

(2) 分配律性质： $x[n] * (h_1[n] + h_2[n]) = x[n] * h_1[n] + x[n] * h_2[n]$ 。(10 分)

3. (20 分)

计算如下变换。(注： $\delta(\omega)$ 是单位冲激函数)

(1) 求 $X(j\omega) = \frac{1}{j\omega(j\omega+2)} - \pi\delta(\omega)$ 的连续时间傅里叶逆变换 $x(t)$ 。(10 分)

(2) 求 $X(e^{j\omega}) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (-1)^k \delta\left(\omega - \frac{\pi}{2}k\right)$ 的离散时间傅里叶逆变换 $x[n]$ 。(10 分)

4. (20 分)

已知描述一个离散时间线性时不变系统的差分方程为

$$2y[n] = x[n] - x[n-1],$$

请回答如下问题:

(1) 求该系统的单位脉冲响应 $h[n]$ 和频率响应 $H(e^{j\omega})$ 。(6 分)

(2) 求离散时间序列 $x[n] = \left(\frac{1}{5}\right)^{n-2} u[n-2]$ 的傅里叶变换 $X(e^{j\omega})$ 。(注: $u[n]$ 是离散时间单位阶跃信号) (7 分)

(3) 当该系统的输入信号是 $x[n] = \left(\frac{1}{5}\right)^{n-2} u[n-2]$ 时, 求输出信号 $y[n]$ 。(7 分)

5. (25 分)

已知如图 5-1 所示的采样系统, 输入信号为连续时间信号

$$x_c(t) = \cos(10\pi t) + \cos(70\pi t),$$

$x_c(t)$ 与周期为 T_s 的抽样脉冲序列 $s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT_s)$ 相乘, 得到连续时间信号 $x_s(t)$ 。 $x_s(t)$ 经过截止频率为40Hz 的理想低通滤波器 $H_r(j\omega)$, 得到连续时间信号 $x_r(t)$ 。请回答如下问题:

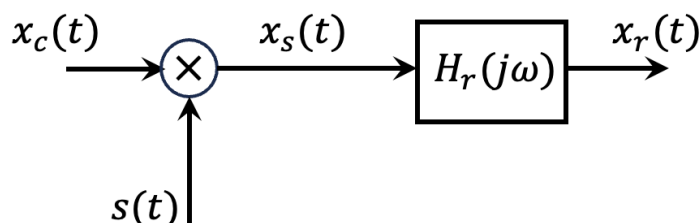


图 5-1

(1) 当采样频率是 $f_s = \frac{1}{T_s} = 60\text{Hz}$ 时, 分别求出 $s(t)$ 和 $x_s(t)$ 的傅里叶变换 $S(j\omega)$ 和 $X_s(j\omega)$, 并画出 $X_s(j\omega)$ 在 $\omega \in [-100\pi, 100\pi]$ 范围内的频谱图。(13 分)

(2) 当采样频率是 $f_s = \frac{1}{T_s} = 60\text{Hz}$ 时, 请写出对应的 $x_r(t)$ 中所包含的频率成分(单位: Hz)。(6 分)

(3) 若将采样频率提升至 $f'_s = 100\text{Hz}$, 请写出对应的 $x_r(t)$ 中所包含的频率成分(单位: Hz)。(6 分)

6. (25 分)

已知一个连续时间线性时不变系统的系统函数为

$$H(s) = \frac{s^2 - 4s + 3}{s^2 + 6s + 8}$$

且该系统为因果系统。请回答如下问题:

- (1) 判断该系统是否稳定, 并说明理由。(5 分)
- (2) 求该系统的单位冲激响应 $h(t)$ 。(4 分)
- (3) 求 $F(s) = e^{-s}H(s)$ 的拉普拉斯逆变换 $f(t)$ 。(6 分)
- (4) 当该系统的输入信号是 $x(t) = e^{5t} + 3e^{6t}$ 时, 求输出信号 $y(t)$ 。(10 分)

7. (20 分)

已知一个离散时间线性时不变系统, 其输入信号 $x[n]$ 和输出信号 $y[n]$ 的关系如图 7-1 所示, 图中 k 为实数且 $k > 0$ 。该系统为因果系统。

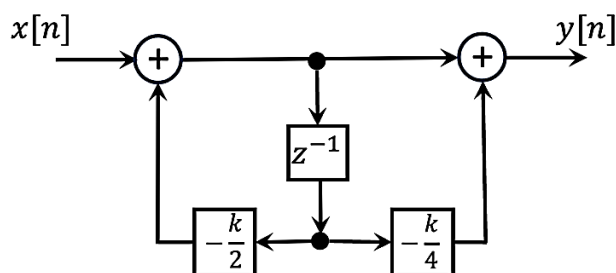


图 7-1

请回答下列问题:

- (1) 写出该系统的差分方程形式, 并求其系统函数 $H(z)$ 。(5 分)
- (2) 画出该系统的零极点图(zero-pole plot), 注明所有的零点和极点, 并标出收敛域。(5 分)
- (3) 为使该系统稳定, 求 k 的取值范围。(5 分)
- (4) 当 $k = 1$ 时, 求该系统的单位脉冲响应 $h[n]$ 。(5 分)