

上海科技大学 2021 年攻读硕士学位研究生

招生考试试题

科目代码：882

科目名称：信号与系统

考生须知：

1. 本试卷满分为 150 分，全部考试时间总计 180 分钟。
 2. 所有答案必须写在答题纸上，写在试题纸上或草稿纸上一律无效。
-

1. 简答题（20 分，每小题 5 分）

- (1) 简述线性时不变（LTI）系统需要满足的条件。
- (2) 写出连续时间傅里叶变换和傅里叶逆变换的公式。
- (3) 一个离散时间线性时不变（LTI）系统，如果该系统为稳定（Stable）系统，其系统函数 $H(Z)$ 的收敛域（ROC）应该满足什么条件。
- (4) 简述连续时间傅里叶变换与拉普拉斯变换之间的关系。

2. （20 分）

计算如下卷积。

(1) 已知 $x[n] = \delta[n] + 3\delta[n - 2] - 2\delta[n - 3]$ 和 $h[n] = \delta[n + 1] + 2\delta[n - 2]$ ，其中 $\delta[n]$ 为离散时间单位脉冲。计算 $x[n] * h[n]$ ；（10 分）

(2) 已知 $f_1(t) = \delta(t - 1)$ ， $f_2(t) = u(t - 2) - u(t - 4)$ ， $f_3(t) = e^{-3t}u(t)$ ，其中 $\delta(t)$ 为连续时间单位冲激函数， $u(t)$ 为连续时间单位阶跃函数。计算 $y_1(t) = f_1(t) * f_2(t)$ 和 $y_2(t) = y_1(t) * f_3(t)$ 。（10 分）

3. （20 分）

已知一个离散时间线性时不变（LTI）系统，其单位冲激响应 (impulse response) 为

$$h[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$$

其中 $u[n]$ 为离散时间单位阶跃序列。分别计算该系统在给定如下输入信号时所对应的时域输出信号 $y[n] = x[n] * h[n]$ ：

(1) $x[n] = e^{j\pi n}$; (10 分)

(2) $x[n] = e^{j(\pi n/4)}$ 。(10 分)

4. (20 分)

分别计算如下离散时间信号的傅里叶变换:

(1) $x_1[n] = \sin\left(\frac{\pi}{4}n\right) + \cos(n)$; (10 分)

(2) $x_2[n] = \left(\frac{1}{3}\right)^{-n} u[-n-1]$ 。(10 分)

5. (20 分)

(1) 请简要描述奈奎斯特采样定理的基本内容。(5 分)

(2) 考虑图 5.1 所示脉冲采样示意图, $x(t)$ 为一带限连续时间信号, 频谱如图 5.2 所示, $p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT)$ 为间隔为 T 的脉冲序列, $x_p(t) = x(t)p(t)$ 为采样后的信号。若要满足奈奎斯特采样定理, 采样脉冲序列 $p(t)$ 的时间间隔 T 应该满足什么条件?(5 分)

(3) 根据图 5.2 所示的 $X(j\omega)$, 分别画出当采样脉冲序列 $p(t)$ 的时间间隔 $T=1/150$ s 和 $T=1/300$ s 时对应的 $x_p(t)$ 的频谱图 $X_p(j\omega)$ 。注: 需要标注横坐标和纵坐标的刻度值。(10 分)

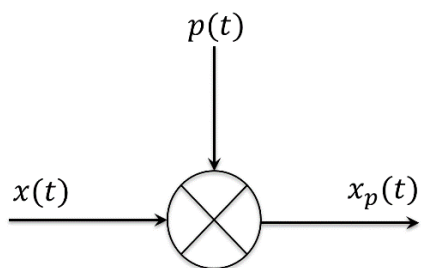


图 5.1: 脉冲采样示意图。

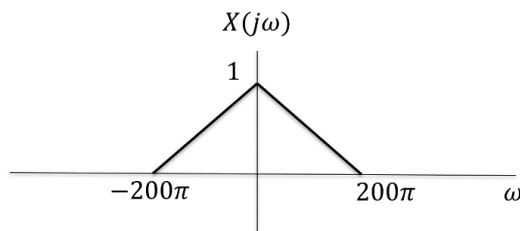


图 5.2: $X(j\omega)$ 。

6. (25 分)

一连续时间理想低通滤波器的频率响应 (frequency response) $H(j\omega)$ 如图 6.1 所示, 其中 $\omega_c = 80\pi$ 。试求

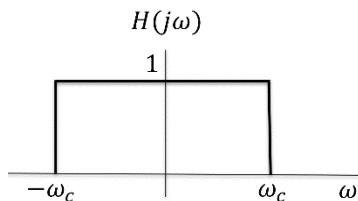


图 6.1: 理想低通滤波器的频率响应。

- (1) 该滤波器的单位冲激响应 (impulse response) $h(t)$? (10 分)
- (2) 已知当 $t = 0$ 时, $h(t)$ 取得最大值。求该最大值并讨论其与 ω_c 的关系? (10 分)
- (3) 求 $h(t)$ 第一次取得 0 值的时间 t_0 , 并讨论 t_0 和 ω_c 的关系? 注: 仅考虑 $t_0 > 0$ 的情况。 (5 分)

7. (25 分)

给定一个稳定 (Stable)、因果 (Causal)、连续时间线性时不变 (LTI) 系统的微分方程 (differential equation) 如下:

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 9 \frac{dy(t)}{dt} + 20y(t) = \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + 7 \frac{dx(t)}{dt} + 12x(t),$$

其中 $x(t)$ 和 $y(t)$ 分别对应系统的输入和输出。试求:

- (1) 该系统的系统函数 (system function) $H(s)$ 。 (10 分)
- (2) 画出该系统的零-极点图, 并求该系统的收敛域 (ROC)。 (10 分)
- (3) 求该系统的单位冲激响应 (impulse response) $h(t)$ 。 (5 分)